Sơ đồ phân biệt Green – Stokes – Gauss (1 trang)

Câu hỏi gốc

Bài toán đang tích phân trên cái gì?

$$dx, dy \;\rightarrow\; \text{Đường}, \quad dS \;\rightarrow\; \text{Mặt}, \quad dV \;\rightarrow\; \text{Khối}.$$

1. Định lý Green ($\mathbb{R}^2$)

Khi nào dùng?

- Tích phân đường kín.
- Mặt phẳng Oxy ($\mathbb{R}^2$).
- Dạng $P\,dx + Q\,dy$.

Công thức:

$$\oint_C P\,dx + Q\,dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dA.$$

Ý nghĩa: Chu vi $\leftrightarrow$ diện tích. **Dấu hiệu nhận diện:** Đường kín, gấp khúc / ellipse / tròn, chỉ có x, y.

2. Định lý Stokes ($\mathbb{R}^3$)

Khi nào dùng?

- Tích phân mặt.
- Có biên.
- Trường vector trong $\mathbb{R}^3$.

Công thức:

$$\iint_S (\nabla \times \vec{F}) \cdot d\vec{S} = \oint_{\partial S} \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

Ý nghĩa: Xoá mặt cong $\rightarrow$ giữ biên. **Dấu hiệu nhận diện:** Cùng đường biên, mặt khác nhau, hỏi "có phụ thuộc mặt không?".

3. Định lý Gauss ($\mathbb{R}^3$)

Khi nào dùng?

- Tích phân mặt kín.
- Bao khối.
- Thông lượng.

Công thức:

$$\iint_{\Sigma} \vec{F} \cdot d\vec{S} = \iiint_{V} (\nabla \cdot \vec{F})\, dV.$$

Ý nghĩa: Thông lượng $\leftrightarrow$ nguồn trong thể tích. **Dấu hiệu nhận diện:** Mặt kín, "ra ngoài", từ khóa: flux, divergence.

Bảng so sánh nhanh

	Green	Stokes	Gauss
Không gian	$\mathbb{R}^2$	$\mathbb{R}^3$	$\mathbb{R}^3$
Đối tượng	Đường kín	Mặt có biên	Mặt kín
Liên kết	Đường $\leftrightarrow$ diện tích	Mặt $\leftrightarrow$ biên	Mặt $\leftrightarrow$ khối
Toán tử	$Q_x - P_y$	curl	divergence

Sơ đồ quyết định cuối cùng

Bài toán tích phân:

- Trên đường?
  - Đường kín, $\mathbb{R}^2 \rightarrow$ Green.
  - Đường hở $\rightarrow$ thử log.
- Trên mặt?
  - Có biên $\rightarrow$ Stokes.
  - Mặt kín $\rightarrow$ Gauss.
- Trên khối $\rightarrow$ Gauss.

3 câu thần chú phải thuộc

- Green: Đường kín phẳng.
- Stokes: Mặt có biên.
- Gauss: Mặt kín bao khối.

Bẫy thường gặp

- Nhầm Stokes với Gauss.
- Thấy mặt là dùng Gauss ngay.
- Không kiểm tra có biên hay không.

Câu chốt để không bao giờ nhầm

“Biên còn → Stokes, biên mất → Gauss.”